

圆周率的连分数表示

Abel

π 的连分数可以有很多种表示，例如莱布尼兹级数

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

可以直接化为连分数

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{9}{2 + \frac{25}{2 + \frac{49}{2 + \dots}}}}}$$

但如果规定分子为 1, 直接从小数化成连分数，那么就只有唯一一种表达式了. 可惜这种表达式中，数字出现的没有规律，如同 π 本身一样没有规律.

由于连分数书写麻烦，人们常用一个序列来代替. 关于 π 的连分数序列，笔

者用计算机计算了前几项，是这样的

3	7	15	1	292	1
1	1	2	1	3	1
14	2	1	1	2	2
2	2	1	84	2	1
1	15	3	13	1	4
2	6	6	99	1	2
2	102	11	1	1	2

这个表表示的连分数是这样的

- 第一个值是 3
- 第二个值是 $3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$
- 第三个值是

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}} = \frac{333}{106}$$

- 第四个值是

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1}}}} = \frac{355}{113}$$

- 第五个值是

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292}}}}} = \frac{103993}{33102}$$

依次类推，需要何种精度，就在需要的地方截断. 根据这个序列计算出来的值依次是：

3
 $22/7$
 $333/106$
 $355/113$
 $103993/33102$
 $104348/33215$
 $208341/66317$
 $312689/99532$
 $833719/265381$
 $1146408/364913$
 $4272943/1360120$
 $5419351/1725033$
 $80143857/25510582$
 $165707065/52746197$
 $245850922/78256779$
 $411557987/131002976$
 $1068966896/340262731$
 $2549491779/811528438$
 $6167950454/1963319607$
 $14885392687/4738167652$
 $21053343141/6701487259$
 $1783366216531/567663097408$
 $3587785776203/1142027682075$
 $5371151992734/1709690779483$
 $8958937768937/2851718461558$

后面的值分子分母都太长了，就不列举了. 这些值比 π 大还是小，是交替的.

拉赞助

如果你觉得本文对你有所启发，可以随意赞助一点

