

莱布尼兹级数的连分数表示

Abel

欧拉经过复杂的运算，告诉我们一个结论：

如果交错级数的每一项都是分数，例如：

$$x = \frac{1}{A} - \frac{1}{B} + \frac{1}{C} - \frac{1}{D} + \frac{1}{E} - \cdots$$

则 x 化为连分数为

$$x = \frac{1}{A + \frac{A^2}{B - A + \frac{B^2}{C - B + \frac{C^2}{D - C + \cdots}}}}$$

莱布尼兹级数是这样的

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots$$

以此取 $A, B, C, D, \cdots$ 为 $1, 3, 5, 7, \cdots$

则得到

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{9}{2 + \frac{25}{2 + \frac{49}{2 + \dots}}}}}$$

取倒数得到 Lord Brouncker 给出的圆周率 π 的表达式

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{9}{2 + \frac{25}{2 + \frac{49}{2 + \dots}}}}$$

拉赞助

如果你觉得本文对你有所启发，可以随意赞助一点

