

割圆术

刘徽 著

术曰：半周半径相乘得积步。 -- 《九章算术》

按：半周为从，半径为广，故广从相乘为积步也。假令圆径二尺，圆中容六觚之一面，与圆径之半，其数均等。合径率一而外周率三也。

又按：为图，以六觚之一面乘一弧半径，三之，得十二觚之幂。若又割之，次以十二觚之一面乘一弧之半径，六之，则得二十四觚之幂。

割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣。觚面之外，又有余径。

以面乘余径，则幂出觚表。若夫觚之细者，与圆合体，则表无余径。

表无余径，则幂不外出矣。以一面乘半径，觚而裁之，每辄自倍。故

以半周乘半径而为圆幂。

此一周、径，谓至然之数，非周三径一之率也。周三者，从其六觚之

环耳。以推圆规多少之觉，乃弓之与弦也。然世传此法，莫肯精核；

学者踵古，习其谬失。

不有明据，辩之斯难。凡物类形象，不圆则方。方圆之率，诚著于近，

则虽远可知也。由此言之，其用博矣。谨按图验，更造密率。恐空设

法，数昧而难譬，故置诸检括，谨详其记注焉。

割六觚以为十二觚术曰：置圆径二尺，半之为为一尺，即圆里觚之面也。

令半径一尺为弦，半面五寸为句，为之求股。以句幂二十五寸减弦幂，

余七十五寸，开方除之，下至秒、忽。又一退法，求其微数。微数无

名知以为分子，以十为分母，约作五分忽之二。故得股八寸六分六厘

二秒五忽五分忽之二 (0.8660254)。以减半径，余一寸三分三厘九毫

七秒四忽五分忽之三 (0.1339746)，谓之小句。觚之半面又谓之小股。

为之求弦。其幂二千六百七十九亿四千九百一十九万三千四百四十五

忽 (0.267949193445)，余分弃之。开方除之，即十二觚之一面也。

割十二觚以为二十四觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。

置上小弦幂，四而一，得六百六十九亿八千七百二十九万八千三百六

十一忽（0.066987298361），余分弃之，即句幂也。以减弦幂，其余

开方除之，得股九寸六分五厘九毫二秒五忽五分忽之四（0.9659258）。

以减半径，余三分四厘七秒四忽五分忽之一（0.0340742），谓之小句。

觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂六百八十一亿四千八百三十

四万九千四百六十六忽（0.068148349466），余分弃之。开方除之，

即二十四觚之一面也。

割二十四觚以为四十八觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。

置上小弦幕，四而一，得一百七十亿三千七百八万七千三百六十六忽

(0.017037087366)，余分弃之，即句幂也。以减弦幂，其余，开方

除之，得股九寸九分一厘四毫四秒四忽五分忽之四(0.9914448)。以

减半径，余八厘五毫五秒五忽五分忽之一(0.0085552)，谓之小句。

觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂一百七十一亿一千二十七万

八千八百一十三忽(0.017110278813)，余分弃之。开方除之，得小

弦一寸三分八毫六忽(0.130806)，余分弃之，即四十八觚之一面。

以半径一尺乘之，又以二十四乘之，得幂三万一千三百九十三亿四千

四百万忽(3.139344)。以百亿除之，得幂三百一十三寸六百二十五

分寸之五百八十四(313 + 584/625)，即九十六觚之幂也。

割四十八觚以为九十六觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。

置次上弦幂，四而一，得四十二亿七千七百五十六万九千七百三忽

(0.004277569703)，余分弃之，即句幂也。以减弦幂，其余，开方

除之，得股九寸九分七厘八毫五秒八忽十分忽之九(0.9978589)。以

减半径，余二厘一毫四秒一忽十分忽之一(0.0021411)，谓之小句。

觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂四十二亿八千二百一十五万

四千一十二忽(0.004282154012)，余分弃之。开方除之，得小弦六

分五厘四毫三秒八忽(0.065438)，余分弃之，即九十六觚之一面。

以半径一尺乘之，又以四十八乘之，得幂三万一千四百一十亿二千四

百万忽(3.141024)，以百亿除之，得幂三百一十四寸六百二十五分

寸之六十四($314 + 64/625$)，即一百九十二觚之幂也。以九十六觚

之幂减之，余六百二十五分寸之一百五($105/625$)，谓之差幂。倍之，

为分寸之二百一十($210/625$)，即九十六觚之外弧田九十六所，谓以

弦乘矢之凡幂也。加此幂于九十六觚之幂，得三百一十四寸六百二十

五分寸之一百六十九 ($314 + 169/625$)，则出圆之表矣。故还就一百

九十二觚之全幂三百一十四寸 (**314**) 以为圆幂之定率而弃其余分。

以半径一尺除圆幂，倍之，得六尺二寸八分，即周数。令径自乘为方

幂四百寸，与圆幂相折，圆幂得一百五十七为率，方幂得二百为率。

方幂二百其中容圆幂一百五十七也。圆率犹为微少。

案：弧田图令方中容圆，圆中容方，内方合外方之半。然则圆幂一百五十七，其中容方幂一百也。又令径二尺与周六尺二寸八分相约，周得一百五十七，径得五十，则其相与之率也。周率犹为微少也。

晋武库中汉时王莽作铜斛，其铭曰：律嘉量斛，内方尺而圆其外，庀旁九厘五毫，幂一百六十二寸，深一尺，积一千六百二十寸，容十斗。

以此术求之，得幂一百六十一寸有奇，其数相近矣。此术微少。

而觚差幂六百二十五分寸之一百五 ($105/625$)。以一百九十二觚之幂为率消息，当取此分寸之 **三十六** ($36/625$)，以增于一百九十二觚之幂，以为 **圆幂**，三百一十四寸二十五分寸之

$$\text{四} \quad (\quad 314 \quad + \quad 100/625 \quad = \quad 314 \quad + \quad 4/25 \quad =>$$

3.1416)。

置径自乘之方幂四百寸，令与圆幂通相约，圆幂三千九百二十七，方幂得五千，是为率。方幂五千中容圆幂三千九百二十七；圆幂三千九百二十七中容方幂二千五百也。以半径一尺除圆幂三百一十四寸二十五分寸之四，倍之，得六尺二寸八分二十五分分之八，即周数也。全径二尺与周数通相约，径得一千二百五十，周得三千九百二十七，即其相与之率。若此者，盖尽其纤微矣。举而用之，上法仍约耳。当求一千五百三十六觚之一面，得三千七十二觚之幂，而裁其微分，数亦宜然，重其验耳。